«Математика в школе», 2012, вып.1, с.44-49.

Итоги ЕГЭ-2011 по математике: кто виноват и что делать?

О.А.Иванов (СПбГУ, С-Петербург)

В статье обсуждаются проблемы организации единого государственного экзамена по математике на примере проведения ЕГЭ 2011 года

Ключевые слова: объективность оценки знаний, ЕГЭ по математике, проблема качественной проверки

В этой статье будут обсуждаться проблемы, связанные с оценкой знаний тех выпускников, которые собираются поступать в высшие учебные заведения (и которые решили почти все задания группы В). Для них очень важна объективность проверки выполнения заданий группы С. В этом году были выявлены многочисленные нарушения при проведении единого государственного экзамена по математике. Их обсуждение в средствах массовой информации велось под лозунгом – «Всероссийское списывание». Раз списывание – значит нарушена объективность оценки знаний. Однако, как это часто бывает, обсуждали не то, что следовало бы. Автор прежде всего хочет показать, что существующая система проведения ЕГЭ по математике в принципе не является объективной.

Начнем с того, что проанализируем структуру условия, возможные ошибки при решении задачи С1 и их оценку при проверке.

С1. Решите уравнение $\left(6\cos^2 x - 11\cos x + 4\right)\cdot\sqrt{-3\sin x} = 0$.

Решение этой задачи состоит из нескольких принципиально различных шагов. Один из шагов – логический, состоящий в том, что

$$A(x)\cdot\sqrt{B(x)} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B(x)=0, \\ \begin{cases} A(x)=0, \\ B(x)\ge 0. \end{cases} \end{array}\right.$$

Для решения уравнения $A(x)=0$ надо вначале решить квадратное уравнение $6t^2 - 11t + 4 = 0$, а затем решить простейшее тригонометрическое уравнения, в данном случае – уравнение $\cos x = 1/2$ (и, конечно, отметить, что уравнение $\cos x = 4/3$ решений не имеет). Из корней уравнения $A(x)=0$ надо выбрать те, для которых справедливо неравенство $B(x)\ge 0$, в нашем случае – неравенство

$\sin x \le 0$. Добавив корни уравнения $\sin x = 0$, мы и получим правильный ответ. Каковы критерии оценки этой задачи? Оказывается, если учащийся сделал ошибку при решении квадратного уравнения, то он получит за свое решение 0 баллов. Автор видел работы, в которых все сделано верно, за исключением того, что, к примеру, вместо корня $t = 1/2$ выпускник получил, что $t = -1/2$. И, хотя все остальное сделано верно, приходилось ставить за это решение 0 баллов – таковы критерии! Конечно, нехорошо делать арифметические ошибки при решении квадратных уравнений (автор всегда проверяет найденные им корни по теореме Виета), но почему же мы совсем не оцениваем понимание логики решения задачи? Это же необъективно! С другой стороны, надо ставить 1 балл тому, кто просто сумел решить уравнение $6\cos^2 x - 11\cos x + 4 = 0$, даже если он, решая неравенство $\sin x \le 0$, написал, что $x \le \pi k$.

Необъективность оценки решений задачи С2 чаще всего являлась следствием недостаточно качественной проверки.

С2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки С до прямой A_1B_1.

Типичная ошибка при ее решении состояла в том, что выпускники принимали за искомое расстояние длину отрезка CM, где точка M – середина ребра A_1B_1. При этом, если учащийся считал, что $CM \perp A_1B_1$, то он получал верный ответ! Во время работы в конфликтной комиссии автору приходилось видеть, что порой эксперты ставили за подобное «решение» полный балл. И сколько раз за время этой работы автору приходилось снижать оценку с 1 балла до нуля.

Итак, из проведенного разбора следует, что необъективность оценки знаний выпускников может быть связана, во-первых, со сформулированными критериями оценки решений, во-вторых, с недостаточной компетентностью экспертов и, в-третьих, с процедурой выставления оценки при ее расхождении у двух экспертов. Возможно, что и это является причиной тех странностей в успехах студентов, которые были отмечены в статье [2].

Автор признает, что он является противником *существующей системы* ЕГЭ по математике (см. [1] и [2]) и в этой статье собирается доказать четыре следующих положения.

Тезис 1. Существующая методика оценки выполнения заданий группы С может не дать преимущества учащимся, обладающих бóльшими знаниями математики.

Тезис 2. Существующая методика построения экзаменационных заданий не дает толковым выпускникам показать все, на что они способны.

Тезис 3. «Списать» решения заданий группы С вариантов ЕГЭ по математике возможно только при содействии лиц, проводящих этот экзамен.

Тезис 4. При мало-мальски действенном контроле за проведением экзамена «списывание» может привести к повышению балла только, если экзаменационная работа была проверена некачественно.

Первый пример справедливости тезиса 1 был дан при разборе задачи С1. Подтвердим его на примере задачи С3.

С3. Решите неравенство $9\log_7\left(x^2+x-2\right)\le 10+\log_7\dfrac{(x-1)^9}{x+2}$.

Стандартная ошибка при ее решении состояла в использовании тождеств вида $\log_a bc=\log_a b+\log_a c$ безотносительно того, каковы знаки b и c. Если учащийся написал, что $\log_7\left(x^2+x-2\right)=\log_7(x-1)+\log_7(x+2)$, то, конечно, он сделал ошибку. Конечно, в результате он получит неверный ответ. Но по критериям проверки в этом случае ему выставлялось 0 баллов. Что же получается, мы не отличаем тех учащихся, которые хотя бы знают – что такое логарифмы, от тех, которые не имеют о них никакого представления?

Точно такие же дефекты характерны для других задач группы С.

С6. На доске написано более 45, но менее 55 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 3, среднее арифметическое всех положительных из них равно 10, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -5. а) Сколько чисел написано на доске? б) Каких чисел написано больше, положительных или отрицательных? в) Какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?

Приведем типичное начало решения этой задачи у подавляющего большинства экзаменующихся (из числа тех, кто брался за эту задачу).

Обозначим через x количество положительных чисел, через y – количество отрицательных, через a – сумму всех положительных чисел, а через b – сумму всех отрицательных чисел из написанных на доске. Тогда по условию $\frac{a}{x}=10$, $\frac{b}{y}=-5$ *и* $\frac{a+b}{x+y}=3$.

Решение далее можно было не проверять (и выставить за него – по критериям – 0 баллов), поскольку неверно составлена сама система. Учащийся не учел, что среди чисел могут быть равные нулю. Их присутствие не влияет на сумму всех чисел, однако влияет на среднее арифметическое. Последнее уравнение должно было выглядеть следующим образом: $\frac{a+b}{x+y+z}=3$, где через z обозначено количество нулей. Однако, опять-таки, какие только бессмысленности не содержались в других работах. Под средним арифметическим понимали: то половину от суммы чисел, то половину от суммы «первого» и «последнего». Кто-то считал, что числа образуют арифметическую прогрессию, и так далее. Безусловно, поскольку из составленной учащимся неверной системы следует, что $10x-5y=3x+3y$, или $7x=8y$, откуда $x=8k$ и $y=7k$, следовательно, чисел всего $x+y=15k$. Поскольку между 45 и 55 нет ни одного числа, делящегося на 15, то целочисленных решений составленная система не имеет. Конечно, сделав такой вывод, учащийся должен был понять, что где-то он ошибся. Но, в любом случае, неужели мы «ставим на одну доску» тех, кто вообще ничего не понимает и тех, кто способен свести (хотя бы и с ошибкой) словесную формулировку задачи к системе уравнений?

Сама эта задача автору нравится. При этом на контрольной работе он, безусловно, поставил бы 0 баллов за приведенное выше решение, а при ее разборе долго и эмоционально ругал своих учеников за допущенную ошибку. Но то – процесс обучения, а ЕГЭ должно объективно оценивать его результаты. Где же здесь объективность?

Обсуждение «странностей» критериев можно продолжить, однако автор здесь остановится и лишь отметит, что на обычном вступительном экзамене (на матмех СПбГУ), если абитуриент при решении задачи С1 только сделал ошибку при решении квадратного уравнения, то за эту задачу ему бы поставили « $\pm$ », а если бы он при решении задачи С3 бездумно пользовался свойствами типа $\log_a b^k = k \log_a b$, то его оценкой было бы «$\mp$». Таким образом, за свои решения он получил бы не 0, а не менее 2 баллов.

Перейдем к обоснованию второго из сформулированных тезисов. По сути дела, задания группы С представляют собой вариант вступительного экзамена по математике. Однако в прежнее время на подобный экзамен отводилось 4 часа – 240 минут. Теперь же за это время выпускник должен выполнить и задания группы В. При этом, поскольку успешность решения заданий группы В проверяется только по полученным ответам, то возрастает цена допущенной (арифметической) ошибки. Конечно, для хорошего ученика эти задания не представляют никакой сложности. Однако, их все надо прорешать, просчитать, перепроверить ответы, на что нужно время и силы. Вывод автора состоит в следующем: для того, чтобы оценка знания школьного курса математики стала объективной, необходимо изменить саму систему проведения и оценки ЕГЭ.

Чем можно подтвердить справедливость тезисов 3 и 4? Ясно, что если в пункте проведения ЕГЭ все направлено на то, чтобы «дети» как можно лучше сдали экзамен, то его результаты будут такими, какими их хотят видеть. Потому предположим, что контроль за проведением экзамена ведется. Конечно, нетрудно пронести телефон, незаметно для проводящих экзамен сфотографировать условия заданий группы С и переслать их «во внешний мир». Но что дальше? Предположим, что ученику переслали сфотографированные решения задач. Если он плохо их понимает, то сколько времени ему понадобится, чтобы их переписать? Кроме того, процесс переписывания (с экрана телефона) будет хорошо заметен. Можно, конечно решения продиктовать (существуют незаметные наушники). Однако, кто поверит, что плохо понимающий математику ученик способен грамотно записать продиктованное ему решение? Конечно, где-то он ошибется, поэтому с математической точки зрения его текст не будет являться решением задачи. Тем не менее, что может произойти во время проверки? Эксперт увидит верный ответ (его списать нетрудно), увидит какие-то верные шаги решения и в результате поставит полный балл. Однако, если решение «списано», то либо где-то будет пропущена часть решения, либо где-то будет сделан «ляп». Другими словами, будет нарушена логика решения задачи – ее-то «списать» невозможно. При грамотной проверке это должно быть обнаружено.

Что же делать? Конечно, бороться с сознательными нарушениями процедуры экзамена надо при помощи жестких административных мер. Для того, чтобы выпускники не могли воспользоваться современными средствами коммуникации, можно применить известные технические средства, которые не так уж дороги.

Есть еще одна несправедливость, изначально заложенная в существующую систему оценки на ЕГЭ. Почему-то при переводе первичных баллов в 100-балльную систему используется правило, определяющее функцию, являющуюся выпуклой вверх. Это значит, что чем больше первичных баллов уже «заработано» учащимся, тем меньшую прибавку дает каждый следующий первичный балл. Казалось бы, надо поступать в точности противоположным образом, а именно, поскольку каждый следующий балл связан с решением более трудной задачи, он и цениться должен больше.

Изначальный дефект системы ЕГЭ состоит также в том, что при его посредстве делается попытка решить две абсолютно разные задачи. С одной стороны, это задача оценки знаний, полученных учащимся за время обучения в школе, с другой стороны – задача оценки его способностей к продолжению обучения.

Предположим, что нам надо «отсечь» учащихся с низкими знаниями. В таком случае надо дать набор несложных задач, в каждой из которых надо проявить знание: формул, фактов, методов, алгоритмов. Получится в итоге, что меньшая часть даст верный ответ в 1-2 задачах, тогда как большинство решит почти все из них. В результате вся масса экзаменующихся сама собой распадется на два дизъюнктных подмножества. Если же, наоборот, нам надо выделить наиболее подготовленных учащихся, то предложим набор задач уровня выше среднего. Хотя бы одну задачу решит только хорошо подготовленный ученик. Подчеркну, что бессмысленно *складывать* баллы, полученные на двух таких различных по типу экзаменах. К сожалению, именно это сейчас и происходит на ЕГЭ по математике.

Предложение автора состоит в том, чтобы

- разделить экзамен на две части.

На первой из них выпускники, к примеру, решают задачи группы В. Поскольку проверка производится компьютерным образом, то ее результаты станут известны быстро. Времени на решение можно давать меньше, поэтому несложно решить проблему «часовых поясов». На вторую часть экзамена – для тех, кто собирается поступать в те вузы, в которых математика является профилирующим предметом, предлагается приглашать успешно написавших первую часть экзамена. Для более качественной проверки уменьшить число экспертов и проводить ее централизованно в ограниченном числе мест. При этом отправлять на третью проверку работы, в которых есть расхождение оценки хотя бы в 1 балл.

И последнее – самое важное. Автор неоднократно говорил и писал, что надо говорить более о катастрофическом падении уровня школьного (математического) образования. Если в то время, когда ЕГЭ еще был в стадии эксперимента, его заслугой была объективная констатация этого факта, то в настоящее время, к сожалению, он его только скрывает. Мы радуемся, что только 3-4% наших выпускников не преодолели барьер. Но если его еще понизить, то таковых будет только 0,5%. Четыре первичных балла (а в прошлом году – три) – это, что уровень знаний математики, достаточный для получения аттестата о среднем образовании? Проблема очень острая, более того, это проблема, связанная с безопасностью России. И, по мнению автора, в ее решении ЕГЭ – в той форме, в какой он проводится в настоящее время – является только помехой.

Литература

1. *Иванов О.А.* Углубленное математическое образование в школе сегодня // Математика в школе. – 2001. – № 2. – С.40–44.

2. *Иванов О.А.* ЕГЭ и результаты первого семестра обучения // Математика в школе. – 2011. – № 5. – С.34–39.