

Разные задачи про НОД

A. Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида для вычисления наибольшего общего делителя (gcd — greatest common divisor) двух натуральных чисел a и b ($a > b$) основан на следующем факте:

$$gcd(a, b) = gcd(a - b, b)$$

Можно сообразить, что многократно выполняемую операцию вычитания можно заменить операцией взятия остатка от деления:

$$gcd(a, b) = gcd(a \% b, b)$$

Напишите программу, которая вычисляет НОД двух данных натуральных чисел, не превосходящих 10^{100} .

На вход программе подаются два натуральных числа: a и b .

Программа должна вывести одно число — наибольший общий делитель двух введённых чисел.

Input	Output
21 14	7

B. Полоска бумаги

Полоска бумаги имеет размеры $A \times B$. Каждый раз от неё отрезается квадрат максимального размера до тех пор, пока после отрезания не останется квадрат. Сколько квадратов получится?

На вход программе подаются два натуральных числа: A и B ($1 \leq A, B \leq 10^9$).

Программа должна вывести количество квадратов.

Input	Output
15 3	5
12 8	3
5 5	1

C. Целые точки отрезка

Требуется написать программу, которая вычислит, сколько всего точек с целочисленными координатами принадлежат отрезку.

Даны четыре целых числа — координаты концов отрезка (x_1, y_1) и (x_2, y_2) . Каждая из координат не превышает по абсолютной величине значения 1000.

Требуется вывести количество точек отрезка, имеющих целочисленные координаты.

Input	Output
1 0 5 0	5
-1 -2 2 4	4

D. Граница многоугольника

Многоугольник на плоскости задан целочисленными координатами своих N вершин в декартовой системе координат. Требуется найти количество точек с целочисленными координатами, лежащих на границе многоугольника. Стороны многоугольника друг с другом не соприкасаются (за исключением соседних — в вершинах) и не пересекаются.

В первой строке содержится число N ($3 \leq N \leq 10^5$), а в следующих N строках пары чисел x_i, y_i ($|x_i|, |y_i| \leq 10^9$) — координаты точек. Если соединить точки в данном порядке, а также соединить первую и последнюю точки, получится заданный многоугольник. Программа должна вывести одно число — количество точек с целочисленными координатами на границе многоугольника.

Input	Output
8 5 15 15 5 15 -5 5 -15 -5 -15 -15 -5 -15 5 -5 15	80

E. Представить число

Дано натуральное число N . Требуется представить его в виде суммы двух натуральных чисел A и B таких, что НОД (наибольший общий делитель) чисел A и B — максимален.

На вход программе подаётся одно записано натуральное число N ($2 \leq N \leq 10^9$).

В выходной файл выведите два искоемых числа A и B . Если решений несколько, выведите любое из них.

Input	Output
15	5 10
16	8 8

Ф. *Рассада в кинотеатре*

Марья Ивановна с Марьей Михайловной привели школьников в кинотеатр. Сначала Марья Ивановна построила всех школьников по алфавиту и рассадила их: сначала в первый ряд слева направо, затем во второй слева направо и т.д., заполнив весь зал из N рядов по M кресел. Потом пришла Марья Михайловна и сказала, что ребята сели неправильно — надо пересесть. Она предложила сначала заполнить все первые места от первого ряда к последнему, затем все вторые места и т. д.

Определите, сколько школьников после такой пересадки останется на своем месте.

Например, если $N = 3$ и $M = 3$, то в первом случае дети сядут так:

```
1 2 3
4 5 6
7 8 9
```

а во втором — так:

```
1 4 7
2 5 8
3 6 9
```

Таким образом, три школьника: 1, 5 и 9 останутся на своих местах.

Вводятся два целых числа N и M ($1 \leq N, M \leq 10^9$).

Выведите количество школьников, которые останутся на своих местах.

Input	Output
3 3	3
2 4	2

Г. *Шестерёнки*

Даны две сцепленные шестерёнки. У одной шестерёнки N зубцов, у другой K зубцов.

Требуется найти, какое минимальное число поворотов на один зубчик требуется сделать, чтобы шестерёнки вернулись в исходное состояние. В единственной строке вводятся два натуральных числа N и K ($1 \leq N, M \leq 10^7$).

Выведите искомое количество поворотов.

Input	Output
2 3	6
6 21	42

Н. *Остатки*

Комнату в форме прямоугольного треугольника требуется замостить плитками размером 1×1 . Плитки должны плотно прилегать к катетам и/или друг другу. Разрезать их нельзя.

На складе имеются контейнеры, каждый из которых содержит P таких плиток. Сколько плиток в последнем использованном контейнере останется на складе после окончания работы? Единственная строка входного файла содержит три целых числа: M , N ($2 \leq M, N \leq 2 \cdot 10^9$) и P ($100 \leq P \leq 10000$).

Единственная строка выходного файла должна содержать целое число — количество неиспользованных плит из последнего контейнера.

Input	Output
4 3 100	97