Сергей Маркелов: 1976–2024

1 (ММО). Разрежьте круг на несколько равных частей так, чтобы центр круга не лежал на границе хотя бы одной из них.

2 (ТурГор). Назовём белыми числа вида $\sqrt{a+b\sqrt{2}}$, где a и b — целые, не равные нулю. Аналогично, назовём чёрными числа вида $\sqrt{c+d\sqrt{7}}$, где c и d — целые, не равные нулю. Может ли чёрное число равняться сумме нескольких белых?

3 (ТурГор). Барон Мюнхгаузен попросил задумать непостоянный многочлен $P(x)$ с целыми неотрицательными коэффициентами и сообщить ему только значения $P(2)$ и $P(P(2))$. Барон утверждает, что он только по этим данным всегда может восстановить задуманный многочлен. Не ошибается ли барон?

4 (ТурГор). Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K. На боковых сторонах трапеции, как на диаметрах, построены окружности. Точка K лежит вне этих окружностей. Докажите, что длины касательных, проведённых к этим окружностям из точки K, равны.

5 (ТурГор). На берегу круглого озера растут 6 сосен. Известно, что если взять такие два треугольника, что вершины одного совпадают с тремя из сосен, а вершины другого — с тремя другими, то в середине отрезка, соединяющего точки пересечения высот этих треугольников, на дне озера находится клад. Неизвестно только, как нужно разбить данные шесть точек на две тройки. Сколько раз придётся опуститься на дно озера, чтобы наверняка отыскать клад?

6 (ТурГор). Можно ли, применяя к числу 2 функции sin, cos, tg, ctg, arcsin, arccos, arctg, arcctg в любом количестве и в любом порядке, получить число 2010?

7 (ТурГор). На плоскости даны парабола $y = x^2$ и окружность, имеющие ровно две общие точки: A и B. Оказалось, что касательные к окружности и параболе в точке A совпадают. Обязательно ли тогда касательные к окружности и параболе в точке B также совпадают?