

ЦОД ФТШ, 7 класс, 2021-22: Докажем по индукции, что ЦОД понял индукцию...

0. Разложите на множители $(2x - 0,5y)^5$.
1. Примените формулу бинома в выражении $(2x - 0,5y)^5$.
2. С помощью бинома докажите, что $\sum_{i=0}^n (-1)^i C_n^i = 0$.
3. Из квадрата 16×16 клеток вырезали одну клетку. Докажите, что полученную фигуру можно разрезать на уголки из трех клеток.
4. Докажите, что $5^n + 28n - 1$ делится на 16 для любого натурального n .
5. А) Разложите на множители многочлен $x^5 - 1$.
Б) Докажите $\forall n \in \mathbb{N}$, что

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}.$$

6. Плоскость поделена на области несколькими прямыми. Докажите, что области можно раскрасить в два цвета так, чтобы любые две соседние были разных цветов (как принято говорить, «шахматная раскраска»).
7. Пусть дана числовая последовательность $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ такая, что $a_i = a_{i-1} + d$, где $d - \text{const}$. Докажите, что $a_i = a_1 + d \cdot (i - 1) \forall n \in \mathbb{N}$.