

ЦОД ФТШ, 6 класс, 2020-21: Чётно ли число котеек?

1. На шахматную доску размером 8×8 пролили краску. Может ли количество испачканных клеток быть на 17 меньше количества чистых клеток?

2. В кинотеатр шла стройная колонна шестиклассников – ЦОДовцев. У каждого в карманах пакеты с попкорном: в правом кармане в три раза больше, чем в левом. Могло ли у них вместе быть 2021 пакетов?

3. На доске написано равенство: $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * \dots * 2020 = 2021$ (вместо символов «*» – в неизвестном порядке расставлены знаки «+» и «-»). Докажите, что это равенство не может быть верным.



4. На столе стоят 7 перевёрнутых стаканов. За ход можно перевернуть любые два стакана. Можно ли добиться того, чтобы все стаканы стояли правильно?

5. В таблице 8×8 в одной из клеток стоит знак «-», а в остальных знак «+». За ход можно поменять все знаки на противоположные в произвольном квадрате 2×2 . Можно ли добиться того, чтобы во всех клетках таблицы стояли знаки «+»?

6. Произведение 22 целых чисел равно 1. Докажите, что их сумма не равна нулю.

7. Произведение чисел в каждой строке таблицы 5×5 отрицательно. Верно ли, что найдётся столбец, в котором произведение также отрицательно?

8. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется – определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты.

А) Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съесть ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше).

Б) Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съесть ровно 65 конфет?

