

Дед Дирихле и зайцы

28 ноября 2019

- 1) Первый вторник месяца Митя провёл в Смоленске, а первый вторник после первого понедельника – в Вологде. В следующем месяце Митя первый вторник провёл во Пскове, а первый вторник после первого понедельника – во Владимире. Сможете ли вы определить, какого числа и какого месяца Митя был в каждом из городов?
- 2) Среди 40 кувшинов, с которыми атаман разбойников приехал в гости к Али-Бабе, нашлись два кувшина разной формы и два кувшина разного цвета. Докажите, что среди них найдутся два кувшина одновременно и разной формы, и разного цвета.
- 3) Как-то раз Таня ехала в поезде. Чтобы не скучать, она стала зашифровывать названия разных городов, заменяя буквы их порядковыми номерами в алфавите. Когда Таня зашифровала пункты прибытия и отправления поезда, то с удивлением обнаружила, что они записываются с помощью всего лишь двух цифр: 21221–211221. Откуда и куда шел поезд?
- 4) Каждый из учеников класса занимается не более чем в двух кружках, причём для любой пары учеников существует кружок, в котором они занимаются вместе. Докажите, что найдётся кружок, в котором занимается не менее двух третей всего класса.
- 5) Можно ли таблицу $n \times n$ заполнить числами $-1, 0, 1$ так, чтобы суммы во всех строках, во всех столбцах и на главных диагоналях были различны?
- 6) Дано 8 различных натуральных чисел, не больших 15. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть три одинаковых.