

Готовимся к олимпиадам смолоду

14 ноября 2019

- 1) Найдите наибольшее число, делящееся на 8, в записи которого нет одинаковых цифр.
- 2) Произведение трёх натуральных чисел в 6 раз больше их суммы, а одно из чисел равно сумме двух других. Найдите все такие числа.
- 3) Имеются 5 металлических шариков и чашечные весы без гирь. Какие-то 3 шарика весят по 10 г, а про остальные известно лишь, что они весят одинаково. За какое наименьшее число взвешиваний можно найти хотя бы один 10-граммовый шарик.
- 4) В клетках квадратной таблицы 3×3 расставлены знаки «+» и «-», как показано на рисунке сверху. Разрешается сменить в какой-либо строчке или каком-нибудь столбике все знаки на противоположные. Можно ли с помощью таких операций получить таблицу, изображённую на рисунке снизу? Ответ обоснуйте.

-	+	+
+	+	-
-	+	-

+	+	-
-	-	+
-	+	-
- 5) На пятидесятой клетке полосы длиной 100 клеток стоит фишка. Играют двое. Каждый может своим ходом передвинуть фишку на одну или две клетки в ту или иную сторону. Запрещено ставить фишку на те клетки, где она уже побывала. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто выиграет при правильной игре – начинающий или его партнёр?
- 6) В треугольнике отмечены все вершины, середины всех сторон и точка пересечения медиан. Можно ли в отмеченных точках расположить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 таким образом, чтобы суммы чисел вдоль каждой стороны и вдоль каждой медианы оказались равными? Ответ обоснуйте.
- 7) Найдите все такие натуральные числа B , для которых из трёх следующих утверждений два будут верными, а одно – ошибочным:
 - А) $(B + 17)$ является квадратом натурального числа;
 - Б) $(B - 25)$ делится без остатка на 10;
 - В) $(B - 72)$ является квадратом натурального числа.
- 8) В записи $*** 5: 11 = **$ замените звёздочки цифрами так, чтобы получилось верное равенство.
- 9) Обозначим через $P(n)$ произведение всех цифр натурального числа n . Вычислите $P(100) + P(101) + P(102) + \dots + P(200)$.