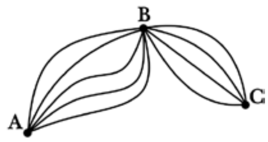
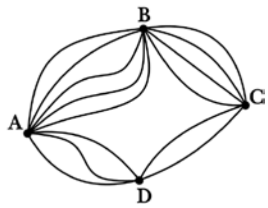
Рейтинг 2 – Комбинаторика

Классная, домашняя!

1) В магазине «Все для чая» есть 5 разных чашек и 3 разных блюдца. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем?
2) В магазине «Все для чая» есть еще 4 чайные ложки. Сколькими способами можно купить комплект из чашки, блюдца и ложки?
3) В Стране Чудес есть три города: A, B и C. Из города A в город B ведет 5 дорог, а из города B в город C – 4 дороги (см. рисунок). Сколькими способами можно проехать от A до C?



4) В Стране Чудес построили еще один город – D и несколько новых дорог (см. рисунок). Сколькими способами можно добраться из города A в город B?



5) В магазине «Все для чая» по-прежнему продаются 5 чашек, 3 блюдца и 4 чайные ложки. Сколькими способами можно купить два предмета с разными названиями?
6) Назовем натуральное число «симпатичным», если в его записи встречаются только нечетные цифры. Сколько существует 4-значных «симпатичных» чисел?
7) Монету бросают трижды. Сколько разных последовательностей орлов и решек можно получить?
8) Каждую клетку квадратной таблицы 2×2 можно покрасить в черный или белый цвет. Сколько существует различных раскрасок этой таблицы?
9) Павел Дмитриевич реши л попробовать себя в качестве предсказателя и спрогнозировать итог 13 футбольных матчей. Сколько существует вариантов прогнозов?
10) Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из трех букв – A, B и C. Словом является любая последовательность, состоящая не более чем из 4 букв. Сколько существует слов в языке племени Мумбо-Юмбо?

Комбинаторика. Классная работа №1

1) В футбольной команде (11 человек) нужно выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?
2) Сколькими способами можно сделать трехцветный флаг с горизонтальными полосами одинаковой ширины, если имеется материя 6 различных цветов?
3) Сколькими способами можно поставить на шахматную доску белую и черную ладьи так, чтобы они не били друг друга?
4) У двух начинающих коллекционеров по 20 марок и 10 значков. Честным обменом называется обмен марки на марку или значка на значок. Сколькими способами коллекционеры могут осуществить честный обмен?
5) В стране 20 городов, каждые два из которых соединены авиалинией. Сколько авиалиний в этой стране?
6) Кубик бросают трижды. Среди всех возможных последовательностей результатов есть такие, в которых хотя бы один раз встречается шестерка. Сколько их?
7) В алфавите племени Бум-Бум шесть букв. Словом является любая последовательность из 6 букв, в которой есть хотя бы две одинаковые. Сколько слов в языке племени Бум-Бум?
8) Сколькими способами можно переставить буквы в наших именах «ПАВЕЛ» и «ТАТЬЯНА»?
9) Сколькими способами можно расставить на первой горизонтали шахматной доски комплект белых фигур (король, ферзь, два слона, два коня и две ладьи)?
10) Сколько существует 6-значных чисел, цифры которых имеют одинаковую четность?
11) Сколько существует 6-значных чисел, в записи которых участвует хотя бы одна нечетная цифра?
12) Сколько шестизначных чисел можно составить из цифр от 1 до 9, если каждое число должно состоять из трех четных и трех нечетных цифр, причем никакие две цифры в нем не повторяются?
13) Сколькими способами из полной колоды в 52 карты можно выбрать четыре карты различных мастей и достоинств?
14) На полке стоят 5 книг. Сколькими способами можно выложить в стопку *несколько* из них (стопка может состоять и из одной книги)?

Комбинаторика. Классная работа №2

1) Сколько способов выбрать четыре пары из 100 человек?
2) Сколько существует десятизначных чисел, в которых нет повторяющихся цифр, а цифры 0, 1, 2, 3 стоят подряд в порядке возрастания или убывания (и никак иначе)?
3) Мальчик и девочка гуляли в чистом поле, и мальчик захотел подарить девочке букетик цветов. На поле росли 5 одинаковых одуванчиков, 3 одинаковых ромашки и 1 тюльпан, а больше не росло ничего.
   А) Сколькими способами мальчик может собрать букетик *хотя бы* из одного цветочка?
   Б) А если букетик должен состоять из нечетного числа цветов?
4) В коробке лежат четыре бильярдных шарика: белый, чёрный, желтый и красный. Сколькими способами можно вытащить из этой коробки несколько шариков (0 или больше)?
5) Сколько существует девятизначных чисел, сумма цифр которых четна?
6) Сколько способов поставить на шахматной доске:
   А) 10 ладей десяти разных цветов;
   Б) 10 черных ладей;
   В) от 3 до 6 черных ладей;
   Г) n черных ладей, в том числе 0 и 64?
   Достаточно привести формулы, по которым можно посчитать ответ!
7*) Лестница состоит из 7 ступенек, не считая верхней и нижней площадок. Спускаясь, можно перепрыгивать через некоторые ступеньки (можно даже через все 7). Сколькими способами можно спуститься по этой лестнице?

Комбинаторика. Классная работа №3 – квазипоследняя

1) Сколькими способами можно составить *слог* из букв слова «комбинаторика» (слог состоит из одной гласной и одной согласной букв)?
2) Сколькими способами можно переставить буквы в слове
   А) «высокопревосходительство» так, чтобы никакие две буквы «о» не шли подряд;
   Б) «ортогональность» так, чтобы между любыми 2 гласными стояли ровно 2 согласных?
3) IP-адрес любого устройства в Интернете состоит из четырех чисел, записанных в ряд через точку. Сколько компьютеров могут одновременно находиться в мировой паутине, если:
   А) каждое число лежит в диапазоне от 0 до 255 (IPv4), и они не повторяются;
   Б) каждое число лежит в диапазоне от 0 до $2^{32} - 1$ (IPv6), и они могут быть одинаковыми?
4) В одно отделение рюкзака ПД можно положить двадцать тетрадок, а в другое – только 10. Сколькими способами он может унести домой 30 тетрадей из 76, которые у него были неделю назад?
5) А) Сколько существует 9-значных чисел, цифры которых расположены в *порядке убывания*?
   Б) А 4-значных?
6) Сколькими способами можно забить 10 *одинаковых* бильярдных шаров в 6 *различных* луз?

Ну наконец-то каникулы :)

1) Может ли число, записанное с помощью 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?
2) Во дворце 49 комнат, расположенных в виде квадрата 7×7. Маляр 33-го разряда хочет покрасить 33 комнаты, начиная с любой из них, причем каждый раз переходя в комнату, имеющую с только что покрашенной общую стену и не имеющую общих стен с комнатами, покрашенными ранее. Как ему это сделать?
3) Лучи OA и OB образуют прямой угол (90°). Любознательный семиклассник Петя провел внутри этого угла лучи OC и OD, образующие угол 10°, а затем посчитал все острые углы между любыми парами нарисованных лучей (не только соседних). Оказалось, что сумма самого большого и самого маленького из найденных углов составляет 85°. Найдите величины трех углов, на которые разбился прямой угол.
4) Куб составлен из 8 одинаковых бумажных кубиков, в каждом из которых лежит карточка. На каждой карточке написано одно из чисел $1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4$. При этом в соседних по грани кубиках числа имеют разный знак и разную абсолютную величину. Знайка и Незнайка по очереди вскрывают один из бумажных кубиков и смотрят на лежащую внутри карточку. Выиграет тот, после чьего хода можно точно установить, какая карточка лежит в каждом из оставшихся кубиков. Кто выиграет при правильной игре, если Знайка ходит первым?
5) Сколько существует десятизначных чисел, в которых нет повторяющихся цифр, а цифры 0, 1, 2, 3 стоят подряд в порядке возрастания или убывания (и никак иначе)?

6) В школу танцев ходят мальчики и девочки. Учитель танцев разбил их на группы по 4 человека. В каждой из групп каждый школьник станцевал с каждым, а школьники из разных групп не танцевали. В отчете учитель написал, что танцев, в которых мальчик танцевал с мальчиком, было на 20 больше, чем танцев, в которых девочка танцевала с девочкой. Заслуживает ли отчет доверия?
7) Решите головоломку, убрав 1 пиксель:

8) На какое наибольшее число нулей может оканчиваться произведение трех трехзначных чисел, для записи которых использовалось девять различных цифр?
9) Сколькими способами можно представить число 1000000 в виде произведения трех множителей, если разложения, отличающиеся порядком множителей, считаются различными?

Рейтинг 2, продолжение – Текстовые задачи

Классная работа №1.1 – Алгебра

1) Василий Сметливый прикинул, что 9 кг его любимых конфет стоят дешевле, чем 1000 рублей, а 10 кг тех же конфет – дороже 1100 рублей. Сможет ли Василий Сметливый купить 11 кг этих конфет на 1200 руб, если известно, что 1 кг любимых конфет Василия стоит целое число рублей?
2) В корзине лежат яблоки и груши. Если добавить туда столько же яблок, сколько сейчас там груш (в штуках), то процент яблок будет вдвое больше, чем получится, если добавить в корзину столько груш, сколько сейчас там яблок. Какой процент яблок сейчас в корзине?
3) В цехе работало несколько станков. После реконструкции количество станков сократилось, причем число процентов, на которое уменьшилось число станков, оказалось равным числу оставшихся станков. Какое наименьшее число станков могло быть в цехе до реконструкции?

Классная работа №1.2 – Логика

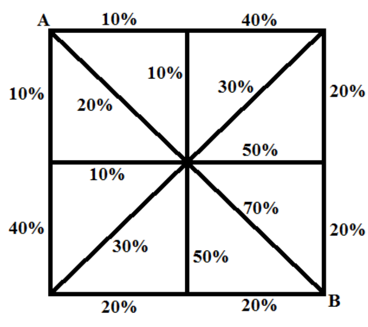
1) Во дворе живут четыре пёсика: Прошка, Брошка, Крошка и Антошка. Каждому из них случалось драться с кем-нибудь из остальных, причём у Прошки, Брошки и Крошки число тех, с кем они дрались – разное. Со сколькими собаками двора дрался Антошка?
2) Перед Буратино три двери: красная, синяя и зелёная. За одной из них золотой ключик, за другой – Дуремар, а за третьей – Карабас. На красной двери написано: «Золотой ключик здесь», на зелёной – «Здесь сидит Карабас», на синей: «А здесь Дуремар». Все три надписи не соответствуют действительности. Какую дверь откроет догадливый Буратино, желая забрать золотой ключик?
3) Алексей и Костя только что подружились с Таней и захотели узнать, когда у неё день рождения. Таня дала им список из 10 дат: 15 мая, 16 мая, 19 мая, 17 июня, 18 июня, 14 июля, 16 июля, 14 августа, 15 августа, 17 августа. Затем Таня шепнула Алексею только месяц своего рождения, а Косте – только день.

   Таня: «Сейчас вы можете сказать, когда у меня день рождения?»
   Алексей: «Я точно не знаю, но я знаю, что Костя тоже не знает»
   Костя: «Я точно не знал, но сейчас знаю!»
   Алексей: «Ну, сейчас и я знаю!»

   Когда у Тани день рождения?

Классная работа №1.3 – Действия

1) Какое максимальное количество 12%-го раствора кислоты можно получить, имея по 1 литру 5%-го, 10%-го и 15%-го растворов?
2) Петя вскапывает грядку один на 4 минуты дольше, чем он это делает вместе с Васей. Вася вскапывает ту же грядку на 9 минут дольше, чем он это сделал бы вместе с Петей. За сколько минут вскапывают ту же грядку Вася и Петя вместе?
3) Купец везет деньги из пункта A в пункт B. На дорогах водятся разбойники, которые грабят проезжающих на тот процент от имеющихся денег, который указан на рисунке. Как должен поехать купец, чтобы довезти до пункта B максимально возможную сумму денег? Какой частью от исходной суммы она будет являться?



Текстовые задачи. Домашняя работа №1

1) Голова рыбы весит столько, сколько хвост и половина туловища, туловище – столько, сколько голова и хвост вместе. Хвост её весит 1 кг. Сколько весит рыба?
2) Ученик должен был разделить число на 2 и к результату прибавить 3, а он, по ошибке, умножил число на 2 и от полученного частного отнял 3. Ответ всё равно получился правильный. Какой?
3) Один сапфир и два топаза ценней, чем изумруд, в три раза. А семь сапфиров и топаз его ценнее в восемь раз. Определить прошу я вас: сапфир ценнее иль топаз?
4) Четверо товарищей покупают лодку. Первый вносит половину суммы, вносимой остальными; второй – треть суммы, вносимой остальными; третий – четверть суммы, вносимой остальными; четвёртый – 130 рублей. Сколько стоит лодка?

Текстовые задачи. Совместная трапеза, совместная работа

1) Лошадь съедает копну сена за 2 суток, корова – за 3, овца – за 6 суток. За какое время съедят копну сена лошадь, корова и овца вместе?
2) На мельнице есть три жернова. На первом за сутки можно смолоть 60 четвертей зерна, на втором – 54, а на третьем – 48. Некто хочет смолоть 81 четверть зерна. За какое наименьшее время он сможет смолоть зерно?
3) В комнате оказалось 300 вёдер воды. Два насоса стали выкачивать воду. Один насос за 2 часа выкачивает 48 вёдер, другой за 6 часов – 129 вёдер. Через сколько часов выкачают всю воду, если ежечасно с потолка поступает 8 вёдер воды?
4) В бак вмещается 60 литров воды. К нему проведены две трубы. Через первую трубу за 10 минут можно наполнить пустой бак. Через вторую трубу за 15 минут можно опорожнить полный бак. Сколько воды окажется в баке через 5 минут, если открыть обе трубы?
5) Через кран вода заполняет бак за 3 часа, а через сливное отверстие вся вода из бака выливается за 5 часов. За какое время вода заполнит бак при открытых кране и отверстии (считайте, что скорость вытекания воды из бака не зависит от его наполненности)?
6) Шерлок Холмс и доктор Ватсон, работая вместе, могут вырыть канаву за 6 часов. Если бы Холмс рыл 4 часа, а затем Ватсон 6 часов, то канава была бы вырыта на 80%. За сколько часов Холмс, работая в одиночку, вырыл бы эту канаву?
7) Одна снегоуборочная машина могла бы убрать всю улицу за 1 час, а другая – за 45 минут. Начав работу одновременно, машины проработали вместе 20 минут, после чего первая сломалась. Через сколько минут вторая машина закончила работу?
8) Одна мельница перемалывает 19 центнеров пшеницы за 3 часа, другая – 32 центнера за 5 часов, третья – 10 центнеров за 2 часа. Как распределить между ними 133 тонны пшеницы, чтобы, одновременно начав работу, они окончили её одновременно?
9) Один человек выпьет кадь пития за 14 дней, а вместе с женою – за 10 дней. За сколько дней жена выпьет ту же кадь?
10) За десять дней пират Ерёма способен выпить бочку рома, а у пиратушки Емели ушло б на это две недели. За сколько дней прикончат ром пираты, действуя вдвоём?
11) Малыш может съесть торт за 10 минут, банку варенья – за 8 минут, а кастрюлю простокваши – за 15 минут. Карлсон может сделать это за 2, 3 и 4 минуты соответственно. За какое время они вместе могут покончить с завтраком, состоящим из торта, банки варенья и кастрюли простокваши?
12) Три тракторные бригады вместе вспахали поле за 4 дня. Это же поле первая и вторая бригады вместе вспахали бы за 6 дней, а первая и третья вместе – за 8 дней. Во сколько раз больше площадь, вспахиваемая за три дня второй бригадой, по сравнению с площадью, вспахиваемой за два дня третьей бригадой?

Текстовые задачи. Проценты

13) Ученик прочитал 138 страниц, что составляет 23% числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?
14) Разложите 80 тетрадей на две стопки так, чтобы число тетрадей одной из них составило 60% числа тетрадей другой стопки.
15) Множимое увеличили на 50%, а множитель уменьшили на 50%. Как изменилось произведение?
16) Что больше: 15,43% от 5 или 5% от 15,43?

17) Как изменится цена товара, если сначала её увеличить на 100%, а затем уменьшить на 50%?

18) Цены снизили на 20%. На сколько процентов больше товара можно купить на ту же зарплату?

19) Вода Тихого Океана содержит 3,5% соли (по весу). Сколько пресной воды надо прибавить к 40 кг такой воды, чтобы содержание соли в смеси составило 0,5%?

20) Из 22 кг свежих грибов получается 2,5 кг сухих грибов, содержащих 12% воды. Каков процент воды в свежих грибах?

21) Предприятие получило задание за два года снизить на 51% объём выпускаемой продукции. Каждый год требуют снижать на одно и то же число процентов. На сколько?

22) В сосуде было 20 литров спирта. Часть его отлили и долили столько же воды. Затем, перемешав, отлили такую же часть и сосуд опять долили водой. В сосуде спирта оказалось втрое меньше, чем воды. Какую часть отливали?

23) За 3,5 часа работы первый штамповочный пресс может изготовить 42% всех заказанных деталей. Второй пресс за 9 часов работы может изготовить 60% всех деталей. Скорость работы третьего пресса на 20% больше скорости второго пресса. За какое время будет выполнен весь заказ при одновременной работе всех трёх прессов?

24) Число 51,2 трижды увеличивали на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшали на то же самое, число процентов. В результате получилось число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали это число?

Письменная олимпиада

0) Ане, Тане, Даше и Маше выдали по 3000 бусинок. Каждая бусинка белого или черного цвета. Причём у Тани белых бусинок было вдвое больше, чем у Ани, а у Маши – вдвое больше, чем у Даши. У Даши черных бусинок было вдвое больше, чем у Тани, а у Ани вдвое больше, чем у Маши. Сколько белых бусинок было у каждой из девочек?

1) Решите ребус: $АХ + УХ = УРА$ (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным – разные).

2) Шахматный конь захромал и поэтому, делая обычный ход буквой Г, наступает на каждую клетку, входящую в эту букву (например, делая ход с $a1$ на $b3$, он наступает еще и на клетки $a3$, $a3$ либо $b1$, $b2$). Как коню двигаться по квадрату 4×4, чтобы наступить на каждую клетку ровно один раз? Нарисуйте хотя бы один такой маршрут.

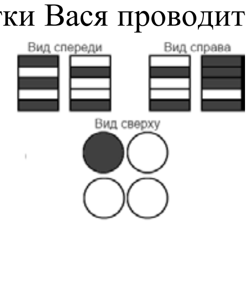
3) На столе стоят гирьки двух весов: тяжёлые и лёгкие. Все тяжелые гирьки весят одинаково, и все лёгкие гирьки весят одинаково. Некоторые гирьки расставили по двум чашкам чашечных весов так, что весы оказались в равновесии. Если переставить две лёгкие гирьки с левой чашки на правую, то для того, чтобы сохранилось равновесие, придётся поставить на левую чашку со стола одну тяжелую гирьку. Сколько лёгких гирек пришлось бы поставить со стола на левую чашку, если бы первоначально с неё на правую чашку переставили одну тяжёлую гирьку?

4) В городе живут рыцари и лжецы, лжецы всегда лгут, а рыцари говорят всегда только правду. Однажды в автобусе ехало несколько человек. Первый пассажир сказал: «Сейчас остановка А, следующая остановка Б». «Сейчас остановка Б, – произнес второй, – предыдущая была В». «Предыдущая была В, – вступил в спор третий пассажир, – а сейчас остановка А!» Определите, сколько среди этих троих пассажиров рыцарей.

5) Буратино записал трёхзначное число без нулей, все цифры которого различны. Затем он написал все числа (включая исходное), которые получаются из этого числа перестановкой цифр. Кот Базилио эти числа не видел, но пронюхал, что сумма цифр первого числа равна 15. Помогите Коту Базилио вычислить сумму всех записанных чисел.

6) Три школьника Петя, Вася и Толя соревнуются в беге на дистанции AB. Если Петя и Вася одновременно выбегут из пунктов A и B навстречу друг другу, а Толя выбежит с ними одновременно, то Петя и Вася встретятся в тот момент, когда Толя пробежит всю дистанцию. Если Петя и Толя побегут навстречу друг другу, а Вася выбежит с ними одновременно, то Петя и Толя встретятся в тот момент, когда Вася пробежит половину дистанции. Какую часть дистанции успеет пробежать Петя к моменту встречи Толи и Васи, если они побегут навстречу друг другу?

7) На плоскости нарисован квадрат 4×4 клетки. По линиям образовавшейся сетки Вася проводит несколько горизонтальных и вертикальных прямых красным карандашом. Какое наибольшее число прямых он может провести так, чтобы при этом не образовалось ни одного квадрата, все стороны которого красные?



8) Расставьте по кругу 6 отличных от попарно различных нуля цифр так, чтобы любое трёхзначное число, прочитанное по часовой стрелке, делилось на 7.

9) Восемь чёрных и восемь белых шашек разложены в 4 столбика (смотри рисунок). Найдите цвет нижней шашки в заднем левом столбике.

Текстовые задачи. Классная работа №3

1) Офеня (продавец в разнос, коробейник) купил на оптовом рынке партию ручек и предлагает покупателям либо одну ручку за 5 рублей, либо три ручки за 10 рублей. От каждого покупателя офеня получает одинаковую прибыль. Какова оптовая цена ручки?
2) Представьте число 45 в виде суммы четырёх чисел так, что после прибавления 2 к первому числу, вычитания 2 от второго числа, умножения третьего числа на 2 и деления четвёртого числа на 2 эти числа становятся равными.
3) Истратив половину денег, я заметил, что осталось вдвое меньше рублей, чем было первоначально копеек, и столько же копеек, сколько было первоначально рублей. Сколько денег я истратил? (Подразумевается, что число копеек меньше 100.)
4) Из горячего крана ванна заполняется за 23 минуты, из холодного – за 17 минут. Пьер открыл сначала горячий кран. Через сколько минут он должен открыть холодный, чтобы к моменту наполнения ванны горячей воды налилось в 1,5 раза больше, чем холодной?
5) Артели косцов предстояло скосить два луга, из которых один вдвое больше другого. Полдня артель косила большой луг, а на вторую половину дня разделилась пополам. Одна половина осталась докашивать большой луг, а другая принялась за малый. К вечеру большой луг скосили, а от малого остался участок, который был скошен за другой день одним косцом. Сколько косцов в артели?
6) *(И. Ньютон)* 70 коров съели бы всю траву за 24 дня, а 30 коров – за 60 дней (не удивляйтесь – трава растет). Сколько коров съели бы траву за 96 дней?
7) На дне озера бьют ключи. Стадо из 183 слонов могло бы выпить озеро за один день, а стадо из 37 слонов – за 5 дней. За сколько дней выпьет озеро один слон?
8) В Великобритании и США температуру раньше измеряли по шкале Фаренгейта, в которой температура плавления льда (то есть 0° Цельсия) составляет 32°, а температура кипения воды (100° Цельсия) – 212°. Формула для перевода температуры из одной шкалы в другую такова: $T_Ф = kT_Ц + b$, где $T_Ф$ и $T_Ц$ – температуры по Фаренгейту и по Цельсию.
   А) Найдите числа k и b.
   Б) Существует ли температура, числовые значения которой по шкалам Цельсия и Фаренгейта одинаковы?
9) Управдом Остап Бендер собирал с жильцов деньги на установку новых квартирных номеров. Адам Козлевич из 105-й квартиры поинтересовался, почему у них во втором подъезде надо собрать денег на 40% больше, чем в первом, хотя квартир там и тут поровну. Не растерявшись, Остап объяснил, что двузначные номера стоят вдвое, а трёхзначные – втрое больше, чем однозначные. Сколько квартир в подъезде?

Рейтинг 2, окончание – Игры

Во всех задачах надо ответить на один и тот же вопрос: «Кто побеждает при правильной игре – начинающий (первый) или его партнер (второй)?»

1) Числа от 1 до 20 выписаны в строчку. Игроки по очереди расставляют между ними плюсы и минусы. После того, как все места заполнены, подсчитывается результат. Если он четен, то выигрывает первый игрок, если нечетен, то второй.
2) Двое по очереди ставят ладей на шахматную доску так, чтобы ладьи не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
3) Дана клетчатая доска размерами:
   А) 9×10; Б) 10×12; В) 9×11.
   За ход разрешается вычеркнуть любую горизонталь или любую вертикаль, если в ней к моменту хода есть хотя бы одна невычеркнутая клетка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
4) Двое по очереди ставят слонов в клетки шахматной доски так, чтобы слоны не били друг друга (цвет слонов значения не имеет). Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
5) Имеется две кучки по 11 спичек. За ход можно взять две спички из одной кучки и одну из другой. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
6) Имеется три кучки камней: в первой – 10, во второй – 15, в третьей – 20. За ход разрешается разбить любую кучку на две меньшие; проигрывает тот, кто не сможет сделать ход.
7) Имеется две кучки камней – по 7 в каждой. За ход разрешается взять любое количество камней, но только из одной кучи. Проигрывает тот, кому нечего брать.

8) У ромашки

А) 12 лепестков; Б) 11 лепестков.

За ход разрешается оторвать либо один лепесток, либо два рядом растущих лепестка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

9) Имеется две кучки по 7 камней. За ход разрешается взять один камень из любой кучки или по камню из обеих кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

10) Двое по очереди кладут пятаки на круглый стол, причем так, чтобы они не накладывались друг на друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

11) Король стоит на поле $a1$. За один ход его можно передвинуть на одно поле вправо, вверх или по диагонали «вправо-вверх». Выигрывает тот, кто поставит короля на поле $h8$.

12) Двое по очереди ставят коней в клетки шахматной доски так, чтобы они не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

13) На доске написаны 10 единиц и 10 двоек. За ход разрешается стереть две любые цифры и, если они были одинаковыми, написать двойку, а если разными – единицу. Если последняя оставшаяся на доске цифра – единица, то выиграл первый игрок, если двойка – то второй.

14) Двое по очереди ставят королей в клетки доски 9×9 так, чтобы они не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

15) Имеются две кучи камней: в одной – 30, в другой – 20. За ход разрешается брать любое количество камней, но только из одной кучи. Проигрывает тот, кому нечего брать.

16) Ладья стоит на поле $a1$. За ход разрешается сдвинуть ее на любое количество клеток вправо или вверх. Выигрывает тот, кто поставит ладью на поле $h8$.

17) На доске написаны числа 25 и 36. За ход разрешается дописать еще одно натуральное число – разность любых двух имеющихся на доске чисел, если она еще не встречалась. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

18) Ферзь стоит на поле $c1$. За один ход его можно передвинуть на любое количество клеток вправо, вверх или по диагонали «вправо-вверх». Выигрывает тот, кто поставит ферзя на поле $h8$.

19) На окружности расставлено 20 точек. За ход разрешается соединить любые две из них отрезком, не пересекающим отрезков, проведенных ранее. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

20) Имеется две кучки камней: в первой – 7 камней, во второй – 5. За ход разрешается брать любое количество камней из одной кучки или поровну камней из обеих кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Предновогодний матбой

1) Куб составлен из 8 одинаковых бумажных кубиков, в каждом из которых лежит карточка. На каждой карточке написано одно из чисел $1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4$. При этом в соседних по грани кубиках числа имеют разный знак и разную абсолютную величину. Знайка и Незнайка по очереди вскрывают один из бумажных кубиков и смотрят на лежащую внутри карточку. Выиграет тот, после чьего хода можно точно установить, какие карточки лежат в оставшихся кубиках. Кто выиграет при правильной игре, если Знайка ходит первым?

2) Из трёх палочек составлен треугольник. Разрешается составить новый треугольник, отломив одинаковые кусочки от любых двух палочек и приклеив их к третьей. Л.В. уверен, что, действуя таким образом много раз, можно добиться, чтобы треугольник стал равносторонним. Прав ли он?

3) У Попа больше земли, чем у Балды на 90 квадратных аршинов ($90\ a^2$). Каждый год Поп и Балда одновременно обмениваются землей: Поп отдает Балде третью часть своего надела, и Балда отдает Попу третью часть своего надела. У кого из них будет больше земли через 25 лет и на сколько?

4) Сколькими способами можно разделить колоду из 36 карт пополам так, чтобы в каждой половине было по 2 туза?

5) Т.А., нарисовав квадрат 3×3, написала в одной из клеток число, и попросила П.Д. заполнить этот квадрат по следующему правилу – если у клетки все соседи еще не заполнены, то П.Д. должен написать туда число, большее всех уже написанных, иначе – число, меньшее всех уже написанных. В итоге получился квадрат, изображенный справа. Какое число написала Т.А.?

1	9	4
8	5	2
3	7	6

6) Может ли произведение пяти последовательных натуральных чисел являться пятой степенью натурального числа?