

## Очередная солянка про все подряд

- 1) Можно ли составить три несократимые дроби, произведение которых равно 1, используя в качестве числителей и знаменателей числа 1, 2, ..., 9 (каждое не более чем по разу)?
- 2) Составьте из цифр 1, 2, ..., 9 три трехзначных числа так, чтобы сумма двух из них равнялась третьему, и при этом число десятков у одного из них было бы равно 8.
- 3) Можно ли расставить в таблице  $3 \times 3$  различные четырехзначные числа так, чтобы сумма любых двух соседних (по горизонтали или вертикали) чисел делилась на 2003?
- 4) Можно ли из полосок  $1 \times 1, 1 \times 2, \dots, 1 \times 13$  составить прямоугольник, стороны которого больше 1?
- 5) Саша написал трехзначное число, ни одна из цифр которого не равна 9, после чего увеличил каждую цифру этого числа на 1. Могло ли получиться так, что при этом произведение всех цифр числа увеличилось ровно вдвое?
- 6) Натуральные числа от 1 до 2014 как-то разбили на пары, числа в каждой из пар сложили, а полученные 1007 сумм перемножили. Мог ли результат оказаться квадратом натурального числа?
- 7) Из натуральных чисел от 1 до 100 удалили  $k$  чисел. Обязательно ли среди оставшихся чисел можно выбрать  $k$  различных чисел с суммой 100, если
  - А)  $k = 9$ ;
  - Б)  $k = 8$ ?
- 8) Сумма девяти различных натуральных чисел равна 200. Всегда ли можно выбрать из них четыре числа так, чтобы их сумма была больше чем 100?
- 9) Существует ли 1000000 таких различных натуральных чисел, что никакая сумма нескольких из этих чисел не является полным квадратом?
- 10) Придумайте такие четыре натуральных числа, что сумма их кубов равна  $100^{100}$ .
- 11) Найдите хотя бы одну четверку
  - А) любых,
  - Б) различныхнатуральных чисел таких, что  $a^2 + b^3 + c^4 = d^5$ .
- 12) Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?