

## Алгебра

- 1) Сумма вычитаемого, уменьшаемого и разности равна 2016. Найдите уменьшаемое.
- 2) Решите уравнение:  $1 - (2 - (3 - (\dots(1998 - (1999 - (2000 - x)))))) = 1000$ .
- 3) Частное от деления двух одночленов равно  $9x^2y$ , а их произведение равно  $x^8y^9$ . Приведите пример таких одночленов.
- 4) Существуют ли два одночлена, произведение которых равно  $-12a^4b^2$ , а сумма является одночленом с коэффициентом 1?
- 5) Представьте число 2001 в виде дроби, числителем которой является девятая степень какого-то целого числа, а знаменателем – десятая степень какого-то целого числа.
- 6) Известно, что  $a = 3^{2004} + 2$ . Верно ли, что  $a^2 + 2$  – простое число? Обоснуйте.
- 7) Докажите, что если число  $b$  является средним арифметическим чисел  $a$  и  $c$ , причем  $a > c$ , то выражение  $ab + bc - ac - b^2$  принимает только положительные значения.
- 8) При каких значениях  $m$  уравнения  $mx - 1000 = 1001$  и  $1001x = m - 1000x$  имеют общий корень?
- 9) Докажите, что если  $xu + z = yz + x = zx + y$ , то  $(x - y)(y - z)(z - x) = 0$ .
- 10) Известно, что  $(a - b + 2002)$ ,  $(b - c + 2002)$  и  $(c - a + 2002)$  – три последовательных целых числа. Найдите эти числа.
- 11) Может ли натуральное число иметь в полтора раза больше нечетных делителей, чем четных? Ответ объясните.
- 12) Положительные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a^2 + b = b^2 + a$ . Верно ли, что  $a = b$ ?
- 13) Средний рост восьми баскетболистов равен 195 см. Какое наибольшее количество из этих игроков может быть ниже, чем 191 см?
- 14) Каждый из двух мальчиков, Ваня и Витя, задумал по натуральному числу, возвел его в куб и вычел задуманное им число. Полученные ими разности оказались одинаковыми. Могло ли так случиться, что Ваня и Витя задумали различные числа?
- 15) Вместо знаков \* вставьте такие числа, чтобы равенство

$$(x^2 + * \cdot x + 2) \cdot (x + 3) = (x + *) \cdot (x^2 + * \cdot x + 6)$$

стало тождеством.

- 16) Учительница написала на доске три числа, отличные от нуля, и велела Диме одно из них уменьшить на треть, другое увеличить на четверть, а третье уменьшить на одну пятую и результаты записать в тетради. Оказалось, что в тетради Дима записал те же числа, что и на доске, но в другом порядке. Докажите, что Дима ошибся.
- 17) Решите уравнение:  $|65x^3 + 12x| = |48x^2 + 1|$ .
- 18) Числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что выражения  $\frac{a+b}{c}$ ,  $\frac{b+c}{a}$  и  $\frac{c+a}{b}$  принимают одинаковое значение. Какое?
- 19) Существуют ли такие целые числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ , для которых выполняется равенство:

$$(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 = 2011?$$

- 20) Решите уравнение:

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x+2016}}} = (1,2)^2$$